

Cubic Spline モデルによる都心部の人口空洞化現象の検証¹

－岡山市の例－

李 健

1. はじめに
2. 関連研究の概要
3. Cubic Spline モデルの基本形
4. 実証分析
 4. 1 対象地域とデータ
 4. 2 Cubic Spline モデルによる推定
 4. 3 Cubic Spline モデルによる人口密度の距離に対する変化率
5. おわりに

1. はじめに

都市内の人口密度分布は、都心からの距離に応じて逓減することが経験的に知られている。そして、都市内の人口密度分布を説明する関数形の大半も、人口密度が距離に関して常に一定割合で逓減する負の指数関数（Negative Exponential Function）モデルを基本的には仮定している。

しかし、経済発展にともなう都市化の過程では、既存都市への人口集中によって、都市の外延部の未開発地域が都市地域に組み込まれ、都市地域が連続的に拡大する郊外化現象が現れる一方、都市の郊外化にともなう都心部の人口流出が多く見られる。これは都心部における居住密度が低下する都心部の人口空洞化、いわゆる人口密度分布のドーナツ化現象である。

このような最近の都市の空間構造を考えると、伝統的でかつ単純な負の指数関数モデルでは人口密度分布を十分に説明できないことになる。そこで、本論文では、Anderson（1982, 1985）によって人口密度分布の推定に適用された三次関数を基本とする Cubic Spline 関数を用いて、都市の空間構造を反映できるモデルの定式化を試みる。それによって、最近の都市空間における人口密度分布

¹ この論文に際し、指導教官の中村良平先生をはじめ、論文を審査していただき貴重な意見を賜った紙屋英彦先生と長畑秀和先生にお礼申し上げます。

を精緻に描くことが期待できる。

Cubic Spline 関数を用いて人口密度分布を推定する際に、Alperovich (1995) は、節点の位置と区間の数を決めるには一般的な基準がなく、外生的に決められているのが Spline 関数の固有の限界であることと、推定されたモデルの係数の t -値と決定係数が極めて低いことを指摘している。本論文では、Cubic Spline 関数の基本形を用いることによって、任意に決められた節点の位置と区間の限界を回避する方法を模索しながら、人口密度分布への応用を試みる。

これまでの Cubic Spline 関数を用いた実証研究では、研究対象が大都市圏となっている。それらの研究によると、大都市においては都心部の人口空洞化現象が明らかになっている²。しかし、都心部の人口空洞化現象が大都市固有なものであるか、あるいは都市の発展にともなって発生する現象であるかを検討する必要がある。本論文は、地方中核都市である岡山市を事例として取り上げ、岡山市における常住人口密度の空間分布の分析によって、都市発展の形態を究明することを目的とする。

現実の都市においては、地形上の差異、方向別に開発進度が異なっていることがしばしば見られる。そのため、人口密度が都心を中心に同心円に分布しているのではなく、都心からの方向別によって、異なる形状を呈している。ここでは、北東、北西、南西、南東の4つの方向別に、それぞれ1970年と1995年の2時点でモデルを推定し、岡山市における25年間の空間構造の変化について考察する。それによって、都心部の人口空洞化現象（並び人口の郊外化現象）を明らかにし、方向別による開発パターンの違いを検証する。

最後では、都市の空間構造における人口密度分布と密度分布における変化の要因の分析について、研究方向および問題点を述べる。

2. 関連研究の概要³

都市空間における人口密度関数のモデルは、Clark (1951) による負の指数関数型

$$D(x) = D_0 \exp[-\gamma x] \quad (1)$$

が実証分析の先駆的定型として空間地理学や都市経済学の分野において広く知られている。ここで、

² Anderson (1982) ではアメリカにおける30の大都市を、Anderson (1985) では Detroit 大都市圏を、Zheng (1991) では東京大都市圏を分析対象としており、Alperovich (1995) は Tel Aviv-Yafo 都市圏について推定している。

³ 中村・李 (2001) の展望論文の中に関連する部分を骨子に、修正している。

$D(x)$: 都心 (CBD) から距離 x の地点における人口密度

D_0 : 都心における人口密度

γ : 密度勾配のパラメータ

である。

Clark の人口密度関数のモデルは、都心は外生的に決められた一点で、都心からの距離によって人口密度が逓減していることを前提としている。

しかし、経済発展に伴って、都市の空間構造において既存都市への一層の人口集中によって都市の範囲が拡大する反面、都心部の居住密度が低下するといった空洞化現象が生じると同時に、都市の市街地から一定距離をおいたところに住宅団地が開発されるといったスプロール化による新たな郊外地区形成にともなう人口密度の増加なども多く見受けられる。このような最近の都市地域における人口密度の複雑な、かつダイナミックな分布形態を説明するには、人口密度が距離の増加に伴って逓減する負の指数関数ではなく、より人口密度データに弾力的に対応できるモデルの開発と適用が必要となってくる。

都心部の人口空洞化現象については、Newling (1969) が次のように指数部分を 2 次関数モデルに特定化して説明している。

$$D(x) = D_0 \exp[\gamma x + \beta x^2] \quad \gamma > 0, \beta < 0 \quad (2)$$

関数の距離に関する微分は、

$$D'(x) = (\gamma + 2\beta x) D_0 \exp[\gamma x + \beta x^2]$$

となる。 $\gamma > 0, \beta < 0$ というパラメータの符号条件が満たされれば、都心から $\hat{x} = -\frac{\gamma}{2\beta}$ の地点に

において人口密度のピークが生じ、この地点より都心に近いところでは距離の増加と共に人口密度は増加することを意味している。

Newling の指数関数部分の二次関数モデルは、都心部における人口の空洞化をある程度説明することは可能であるが、人口密度分布がかなり特殊な形になっている場合にしか都心部の空洞化として認識できない。さらに、郊外化現象にともない郊外地域の人口密度が増加する場合の密度分布に対しては、適用できないという欠点が存在する。そこで、現実の複雑な人口密度分布を説明できるより一般的な関数形を求めることが必要になる。そのため、多項式表現における三次関数を基本とした Cubic Spline 関数の適用が考えられる。これは、三次関数の任意の結合によって被説明変数が上下動する複雑な分布パターンを示そうとするものである。ここで Spline 関数とは、何らかの連続条件を満たすように接続した区分的 (piecewise) 多項式である。関数の特徴は、様々な不連続な動きを描写できるように非常に弾力的となっている点である。

Spline 関数のつなぎ目を節点とよび、 x_1, x_2, \dots, x_n ($x_1 < x_2 < \dots < x_n$ とする) で表す。 n 個の節点を持つ m 次の Spline 関数は、 n 個の区間 $[x_{i-1}, x_i]$ ($i = 1, 2, \dots, n$; x_0 : データの最小値、 x_n : データの最大値) で、異なった多項式で表される。それぞれの区間の中では関数が連続性を保つが、各区間内の関数のパラメータは異なる値で得られる。そのため Spline 関数は不連続になる。それに対しては2つの対処方法がある。1つは、節点での不連続性には何の制約もなく、節点で各種類の不連続性を認めることである。もう1つは、節点で関数とその導関数に制約をかけることである。制約をかける定式化によって、関数が全区間で連続性を保ち、計量分析における操作性が向上することになる。

Spline 関数の中でも代表的な関数は Cubic Spline 関数と言われるものである。これは三次関数を各区間に用いる基本関数とするモデルで、Suits et al. (1978) によって提示されている。一例として、3つの区間に分ける場合は、適応する Cubic Spline 関数は次の(3)式のように表すことができる。

$$\begin{aligned} D(x) = & \left[a_1 + b_1(x - x_0) + c_1(x - x_0)^2 + d_1(x - x_0)^3 \right] U_1 \\ & + \left[a_2 + b_2(x - x_1) + c_2(x - x_1)^2 + d_2(x - x_1)^3 \right] U_2 \\ & + \left[a_3 + b_3(x - x_2) + c_3(x - x_2)^2 + d_3(x - x_2)^3 \right] U_3 \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 x_0 は都心に最も近いサンプルの都心までの距離であり、 $x_{i-1} \leq x < x_i$, $i = 1, 2, 3$ のとき、 $U_i = 1$ となり、他の場合は $U_i = 0$ となる。

(3)式では、節点 x_i のところで関数およびその導関数は不連続になる。しかしながら、節点における左右両関数の係数に次の(4)式のような制約を加えることによって、2階までの導関数を連続にすることができる。

$$\begin{aligned} a_2 &= a_1 + b_1(x_1 - x_0) + c_1(x_1 - x_0)^2 + d_1(x_1 - x_0)^3 \\ b_2 &= b_1 + 2c_1(x_1 - x_0) + 3d_1(x_1 - x_0)^2 \\ c_2 &= c_1 + 3d_1(x_1 - x_0) \\ a_3 &= a_2 + b_2(x_2 - x_1) + c_2(x_2 - x_1)^2 + d_2(x_2 - x_1)^3 \\ b_3 &= b_2 + 2c_2(x_2 - x_1) + 3d_2(x_2 - x_1)^2 \\ c_3 &= c_2 + 3d_2(x_2 - x_1) \end{aligned} \quad (4)$$

さらにダミー変数を新たに定義することによって、係数に制約をかけた Cubic Spline モデルを(5)

⁴ ただし、 x_3 は都心に最も遠いサンプルの都心までの距離である。 $i = 3$ の時だけ、 $x_2 \leq x \leq x_3$ になる。

式のように単純化できる。

$$D(x) = a_1 + b_1(x - x_0) + c_1(x - x_0)^2 + d_1(x - x_0)^3 \\ + (d_2 - d_1)(x - x_1)^3 U_1^* + (d_3 - d_2)(x - x_2)^3 U_2^* \quad (5)$$

ここで新たに定義したダミー変数 U_i^* ($i = 1, 2$) は、 $x \geq x_i$ のときに 1 になる。すなわち、 x が x_i に達するまでは $U_i^* = 0$ であり、それ以降は $U_i^* = 1$ となる。(5)式によって、節点が増えても統一的な式によってモデルが記述できるようになっている。

人口密度分布に適用する際に、簡便性のために、ほとんどの分析が区間を常に等間隔に取っている。これは、(5)式において、 $x_1 - x_0 = x_2 - x_1 = x_3 - x_2$ のことを意味する。Anderson (1982, 1985) は、各区間を等間隔に分け、(5)式を基本とする Cubic Spline モデルを人口密度分布へ適用している。都心からの距離間隔ごとに三次関数を当てはめるため、負の指数関数より人口密度データへの適応性が高いと主張している。

1970年におけるアメリカの30都市に関する研究では、各都心から都市の境界までの距離の33.3%、66.7%と100%のところにそれぞれ節点を入れ、距離を3等分にして推定をおこなっており、主に次の2つの実証結果が得られている。

- 人口密度のピークは都心から少し離れているところにある。最も離れている Detroit では、都心から4マイルあたりにある。
- 郊外に近づくところには人口密度の第二のピークが存在する。

さらに、Anderson は Cubic Spline 関数による人口密度の距離に対する変化率は、符号も大きさも距離によって大きく変化することが、負の指数関数より人口密度データへ適応している特徴であると指摘している。

一般に、人口密度の距離に対する変化率は、

$$\frac{dD(x)/dx}{D(x)} \quad (6)$$

と定義できる。ここで(1)式の $D(x) = D_0 \exp[-\gamma x]$ のような負の指数関数の場合は、

$$\frac{dD(x)/dx}{D(x)} = -\gamma \text{ となり、負の指数関数による人口密度の距離に対する変化率が常に一定である。}$$

これに対して、Cubic Spline 関数による人口密度の距離に対する変化率は、符号も大きさも距離によって変化し、実際の人口密度データにより弾力的に対応していると言えよう。

しかし、人口密度関数の推定にはクロスセクションデータを用いることから分散の不均一性が予想され、それは t -値の過大推定をもたらすことを意味している。また、左辺の被説明変数の関数形は固定的である。不均一分散の修正と Cubic Spline モデルの関数構成をより一般化するために、Anderson (1985) では(5)式の密度モデルの被説明変数について Box-Cox 変換を施し、次の(7)式を

推定している。

$$D(x)^{(\lambda)} = a_1 + b_1(x - x_0) + c_1(x - x_0)^2 + d_1(x - x_0)^3 + (d_2 - d_1)(x - x_1)^3 U_1^* + (d_3 - d_2)(x - x_2)^3 U_2^* \quad (7)$$

Box-Cox 変換は Kau and Lee (1976) によって提案されたもので、次のように式の変換が行われる。

$$D(x)^{(\lambda)} = \frac{D(x)^\lambda - 1}{\lambda} \quad \text{for} \quad \lambda \neq 0$$

$$= \ln D(x) \quad \text{for} \quad \lambda = 0$$

それによって、 $\lambda = 0$ と $\lambda = 1$ の仮説検定ができる。もし $\lambda = 0$ の仮説が受容されたならば、 $\ln D(x)$ を被説明変数として使う。もし $\lambda = 1$ の仮説が受容されたならば、 $D(x)$ を被説明変数として使う。両方の仮説がともに棄却されたり、受容されたりしたときに、推定された λ を用いて $D(x)^{(\lambda)}$ を計算しなくてはならない。

最尤法を用いて最適な λ を推定し、仮説検定をおこなった結果、ほとんどのケースにおいて、 $\lambda = 0$ の仮説が棄却される結論となった。これによって、伝統的な指数関数型が Detroit の人口密度分布に適していないことが明らかになっている。また $\lambda = 1$ という仮説が棄却できず、 λ の推定値が 1 に近いことから関数構成が線形に近いことを示している。これらの推定結果により、対数変換しない Cubic Spline モデルを適切な関数型として、(5)式を用いて Anderson はその後の分析を進めている。

Alperovich (1995) は、人口密度分布の研究に Spline 関数を用いることの欠点を指摘している。そこでは、節点の位置と区間の数を決める一般的な基準がなく、外生的に決められていることが Spline 関数の固有の限界であると述べている。

Anderson (1982) は、Cubic Spline 関数の人口密度への適用に際して推定された距離の係数を示したが、係数が有意であるかどうかは示さなかった。Anderson (1985) は 484 の標本を用いたが、2/3 以上の係数が有意ではなかった。Alperovich (1995) も Anderson と同じく (5) 式を基本とする Cubic Spline 関数を推定したが、係数の t -値と決定係数が非常に低かった。これらのことから、Alperovich は Cubic Spline 関数を用いる推定が必ずしも最も優れているというわけではないという結論を得ている。

3. Cubic Spline モデルの基本形

Cubic Spline 関数は人口密度が距離の増加に伴って一定の割合で逓減する負の指数関数の制約を

はずし、都心部の人口空洞化現象や都市人口の郊外化現象など最近の都市で現れている空間密度分布に対して、精緻に描くことができる。

Cubic Spline モデルに関する従来の研究では、簡便性のため、区間を等間隔に取ることが多く見られる。通常、(5)式を用いる推定では、都心に最も近いサンプルと最も遠いサンプルの都心までの距離の差を2等分から6等分し、それぞれ三次関数を当てはめ、いくつかの Cubic Spline モデルを推定する。そして、決定係数と係数の t -値をあわせて最適なモデルを選択する。一般には、区間を狭くにするにつれ、データの特徴を反映するモデルになるため、決定係数が高くなる。しかし、必要以上に区間を狭くすると、モデルがデータの細かい変動によって大きく左右されるようになる。さらに、節点が増えるにつれ、推定されなければならない係数も増えるため、係数の t -値が低下することが多い。したがって、最適な Cubic Spline モデルの選択は、係数の t -値が有意である範囲の中で決定係数が最も高いモデルを選ぶことになる。

ここでは、等間隔に区間を取る場合とそうではない場合と比較する。その違いは前者が距離を均等に分割する制約がある一方、後者の方が任意のところに節点を入れることができることである。

もし図-1の(a)のように、データが距離に対して急な変化がなく、三次関数によって示される滑らかな変化であれば、三次関数で示される範囲内では、どの地点を節点としても推定された関数には大きな影響がない。すなわち、距離を2等分する x'_1 と任意の点 x_1 のどちらで節点を入れても決定係数と推定された係数の t -値に大きな影響を及ぼすことがない。

しかし、実際にはデータが距離に対して、いつも三次関数によって示すことができる滑らかな変化ではない。図-1の(b)のように、三次関数によって示すことができない急な変化が存在している⁵。仮にその地点を考慮せずに、距離を2等分する x'_1 の地点を節点とすると、データが急変化をする第1区間で推定された関数の決定係数と t -値が下がると考えられる。これに対して、データ

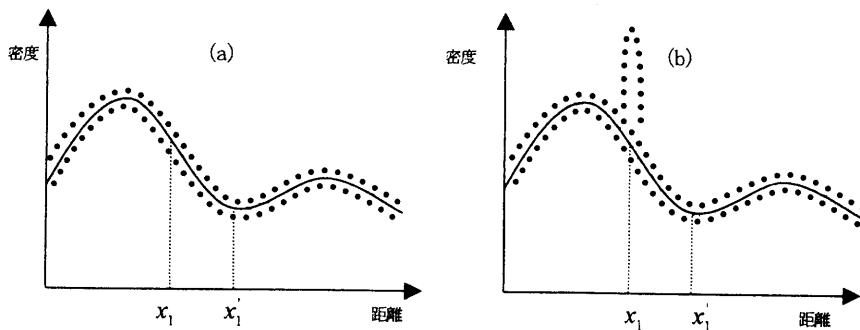


図-1

⁵ ある地点を境に異なる変化パターンになる場合も含めている。

が急変化する x_1 を節点とする場合は、係数制約によって、推定された曲線が連続性を保つことができる一方、両側のそれぞれの区間において、推定される関数について調整することができる。すなわち、 x'_1 の地点を節点とする場合は、 x'_1 までの区間では、一つの三次関数でデータを近似するが、 x_1 を節点とする場合は、係数制約によって、節点の両側で全く異なる三次関数をあてはめることができないものの、2つの三次関数でデータを近似することができる。関数の連続性を保ちながら、それぞれの区間内のデータに最もあてはめのよい三次関数を推定することになる。そのため、 x'_1 を節点とするときより、関数の決定係数と t -値が改善されると思われる。

このように、Cubic Spline 関数は、急変化するところに節点をいれることが重要な意義を持つと考えられる。実際のデータの推定にあたって、距離を均等に分けることがデータの特徴を無視している上、Cubic Spline 関数の特性も生かしていない。

また、節点が増えるとデータの特徴を反映するモデルになるが、モデルの安定性が欠けてくるため、係数の t -値を低下させることが多い。節点を減らすとモデルの弾力性も減少する。節点が増えると推定が煩雑になることも考慮すると、データの特徴を反映できる前提で、より少ない節点で推定を行うのが望ましいと考えられる。

図-1(b)のようなデータ分布に対して、 x_1 のところに節点を1つ入れ、距離を不均等に分ける推定が、 x'_1 のところで節点を1つ入れ、距離を2等分する推定より、よい結果が得られると考えられる。一方、距離を均等に分けながら、 x_1 のところに節点をいれたいのであれば、節点を一つ増やし、距離を3等分しなければならない。つまり、節点が等しい場合は、節点の位置を自由に動かせる方がより高い決定係数を得ることができる。一方、同じ水準の決定係数を得るには、節点の位置を調節できる方が節点の数を最小限に抑えることができる。

モデルの弾力性と安定性のバランスを考慮して、最適なモデルを選択する客観的な基準として、AIC (Akaike's Information Criterion) が統計学において広く用いられる。AIC は Akaike によって提案されたもので、これは推定されたモデルに対して次の(8)式に従って算出する。

$$AIC = T \log \hat{\sigma}_k^2 + 2K \quad (8)$$

ここでは、

$\hat{\sigma}_k^2$: モデルの誤差分散の推定値

K : 自由に変えるパラメータの数

T : サンプル数

である。

AIC の第1項はモデルのデータへのあてはめの良さ、第2項はモデルの煩雑さを示している。パラメータ数が増加するとき、第1項を小さくすると同時に、第2項を大きくする。AIC の値を最小

にするモデルが最もよいモデルであると見なされる。AIC を用いる場合は、主観的な判断はなく、考えられる複数のモデルの中から最もよいモデルを客観的に決定できる。しかし、AIC が自由パラメータ数の非常に大きいモデルを選ぶ可能性があるという批判もある。

AIC に似たような基準で、Shwarz が SBIC (Shwarz's Bayesian Information Criterion) を提唱した。SBIC は次の(9)式に従って算出される。

$$SBIC = T \log \hat{\sigma}_k^2 + K \log T \quad (9)$$

SBIC は、AIC とは逆に自由パラメータ数のやや小さいモデルを選ぶ傾向があることが知られている。

人口密度分布を推定する際に、実際のデータが距離に対して三次関数で示されることのできない急変化をしている場合が多い。そのため、今回の論文は、機械的に節点を追加するのではなく、三次関数で表すことができない急変化をしているところに節点をいれ、距離を不均等に分ける Cubic Spline モデルを用いる。距離を均等に分けるモデルより、距離を不均等に分けるモデルがデータへのあてはめが改善されるかどうかについては、AIC と SBIC の2つの基準を用いて調べる。Cubic Spline モデルの基本形を人口密度データへの適用によって、Cubic Spline 関数の特性が生かされながら、Alperovich が指摘した Spline 関数を用いることによる問題点もある程度回避できると考えられる。

4. 実証分析

4. 1 対象地域とデータ

対象とする岡山市の北部は吉備高原につながる山が多いが、南部は豊かな土地が広がっている。1995年時点では、東西に34.52km、南北に30.80kmの広がりを持ち、市域面積は513.26km²、人口は615,757人である。

表－1は、1970年以降の岡山市における国勢調査時点における人口、面積及び人口密度の変化を示したものである⁶。

表－1 岡山市の人口と面積、人口密度の推移

年	人口 (人)	面積 (km ²)	人口密度 (人/km ²)
1970年	375,106	249.36	1,504
1975年	513,471	510.46	1,006
1980年	545,765	510.60	1,069
1985年	572,479	510.72	1,120
1990年	593,730	513.26	1,157
1995年	615,757	513.26	1,200

本論文では、表町の天満屋バスセンター（以下、天満屋 BC と記す）を都心とする人口密度関数のモデルを推定する。その理由は、中村・李（1999）における推定結果において、いずれの時点においても岡山駅を都心とした場合よりも天満屋 BC を都心として採用した方が人口密度関数の決定係数が高かったことによる。ここでの人口密度の定義は、可住地面積で除した行政町単位での人口である。1995年時点で、岡山市域の中には行政町が676個ある。また、都心からの距離については、各行政町の地理的中心から天満屋 BC までの直線距離（km）を採用している。

表－1で岡山市全体の人口および人口密度の変化を示したが、現実の都市に接近するために、人口密度が均一に分布していると想定するのではなく、人口密度の空間構造を調べる必要がある。まず、実証分析に先立って、岡山市における人口密度の空間分布の特徴を説明する。

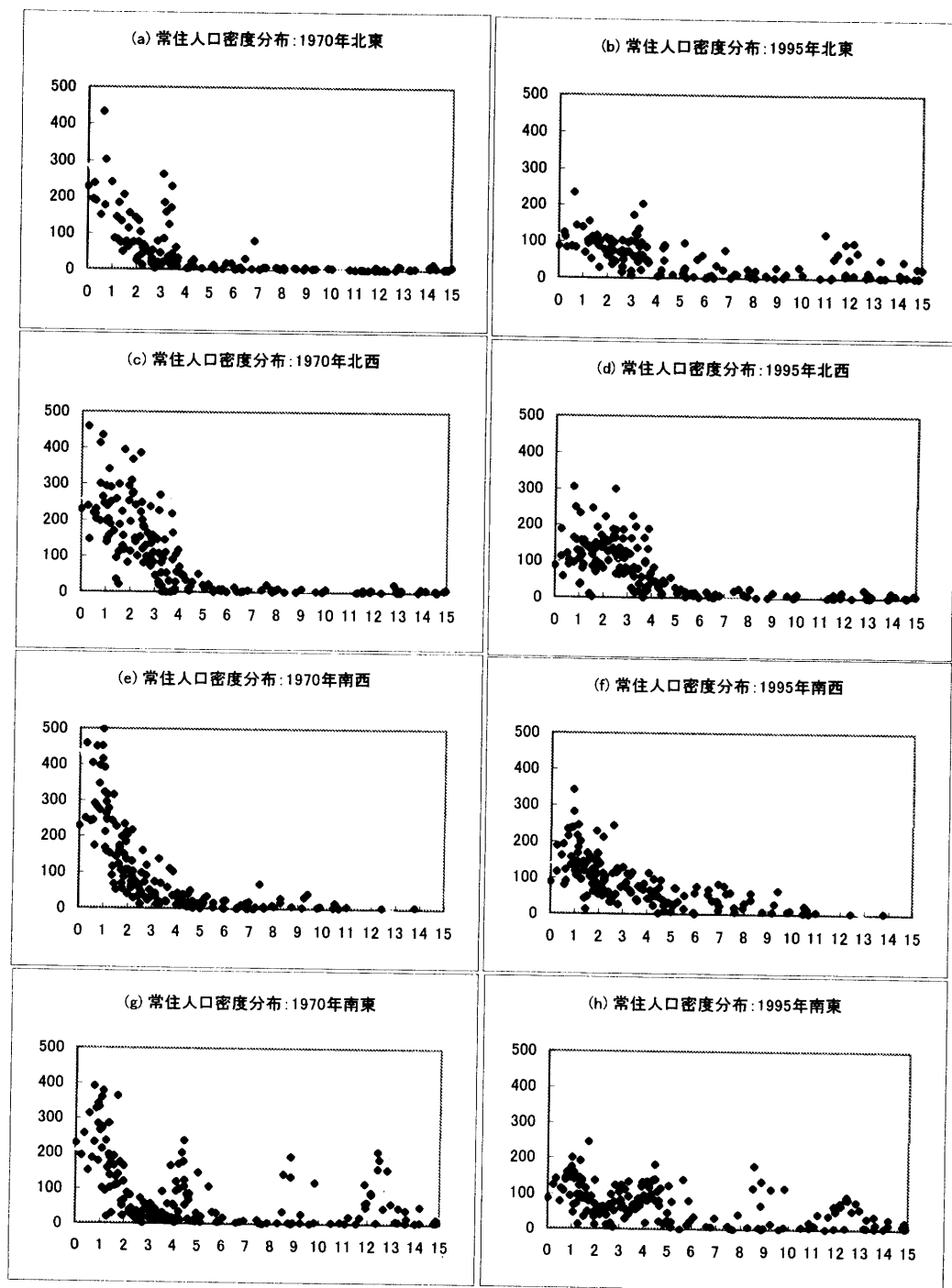
図－2は、1970年と1995年の2時点における北東、北西、南西、南東方向の常住人口密度分布を示している。

図－2の(a)と(b)を見ると、北東方向では、1970年から1995年にかけて中心密度が減少している。1970年には4 km 以上のところでは人口密度が低く、0に近い状態であるが、1995年には、4 km 以上のところでの人口密度が高くなり、とくに12kmあたりの人口密度が1970年に比べ非常に高くなっている。これは人口の郊外化によるスプロール現象と考えられる。1970年、1995年の両時点のどちらでも、3 km あたりで人口密度が高くなっており、団地開発によるものと考えられる（藤原、高島団地など）。1970年のプロットでは、3 km あたりが突出しているが、1995年ではその部分の人口密度がやや低くなり、その周りの人口密度がやや高くなっている。

図－2の(c)と(d)を見ると、北西方向でも、1970年から1995年にかけて中心密度が減少している。両時点のどちらも5 km 以上のところでは人口密度が低く、0に近い状態である。1970年には、人口密度分布は天満屋 BC から距離が離れるにつれ、やや遞減する傾向を示している。1995年には、天満屋 BC から距離が離れるにつれ、人口密度がまず増加する傾向を示している。2、3 km あたりで、人口密度のピークが生じ、それから減少しつづける。これに対して、天満屋 BC を中心とする北西方向には岡山駅が位置することと、2 km 以内の範囲では商業施設が多く存在していることが主な原因になっていると考えられる。

図－2の(e)と(f)を見ると、南西方向でも、1970年から1995年にかけて中心密度が減少している。1970年においては、6 km あたりから人口密度が低く0に近い状態であるが、それに比べて1995年には郊外における人口密度が高くなっている。これは南西方向における宅地開発（妹尾・藤田地域）によるスプロール現象と考えられる。1970年には人口密度分布は天満屋 BC から距離が離れるにつれ、遞減する傾向を示しているが、1995年には、天満屋 BC から距離が離れるにつれ人口密度

⁶ 岡山市は、1947年から11回にわたって周辺市町村の合併を行い、とりわけ1969年の西大寺市の合併、1971年の9町村併合、1975年の藤田村の合併によって、市域の面積が約2倍になった。



横軸:距離(km)
縦軸:人口密度(人/ha)

図一 2 (a~h) 常住人口密度分布:1970, 1995年

がまず増加する傾向を示している。1 km あたりで人口密度のピークが生じ、それから減少している。

図-2の(g)と(h)を見ると、南東方向でも、1970年から1995年にかけて中心密度が減少している。南東方向において人口密度分布が複雑な形を呈している。両時点のどちらでも天満屋 BC から 1 km あたりのところに人口密度の第 1 のピークがある。それから、5 km、9 km、12 km あたりでは人口密度が高くなっているところがある。それらは開発された住宅地域と岡山市に合併された旧市町村の市街地である（それぞれ岡南、益野、西大寺地域）。1970年ではそれらの部分がきわめて突出しているが、1995年ではそれぞれの人口密度がやや低くなり、それに相まって周りの人口密度がやや高くなっている。とくに 5 km あたりでは人口密度分布の第 2 ピークが生じている。

4つの方向を比較してみると、方向別によって人口密度分布が大きく異なっていることがわかる。いずれの方向でも、25年の間に常住人口の中心密度が低下し、都心部における居住密度が低下するといった空洞化現象が明らかになっている。1995年において空洞化現象が著しく、ほぼすべての方向で天満屋 BC から 1 km か 2 km において常住人口密度のピークがある。これらの地点より都心に近いところでは、距離の増加と共に常住人口密度は増加する人口分布のドーナツ化現象が確認できる。1970年には、すべての方向において天満屋 BC から 5 km 以上の範囲での人口密度が低く、ほぼ 0 に近い状態であるが、1995年には北西方向を除く 5 km 以上の範囲での人口密度が1970年より大きくなっている。人口の郊外化が進んでいることがわかる。北西方面において人口のスプロール化が比較的進んでいない理由は、岡山市の北西方面には山が多いという地理的な要因であると考えられる。

4. 2 Cubic Spline モデルによる推定

データ分布の説明から、岡山市における人口密度は、地形上の差異、開発進度の違いに影響され、都心を中心に同心円に分布しているのではなく、都心からの方向別によって異なる形状を呈していることがわかる。そこで、都心から方向別の人口密度変化を見るために、天満屋 BC を中心に、北東、北西、南西、南東の4つの方向別に距離を不均等に分ける Cubic Spline モデルを推定する。図-2の各方向別のデータ分布を確認しながら、三次関数で表すことができない急変化をしているところに節点をいれる。図-2(a)の北東方向における1970年の距離に対する常住人口密度分布を参考にすると、密度分布は 3 km あたりで急激に変化している。その急激な変化は三次関数によって表すことが不可能である。したがって、3 km 地点で節点を入れる。図-2(b)に示される北東方向における1995年の距離に対する常住人口密度分布においては、6 km あたりを境に変化のパターンが異なっている。6 km を超える人口密度の変化が 6 km 以前のものと比べて、明らかに緩やかになっている。したがって、6 km 地点で節点を入れる。

以下では、北東、北西、南西、南東方向のそれぞれ1970年、1995年の2時点において、Cubic Spline

モデルを推定した。推定結果を表-2にまとめている。節点の位置は年別の下括弧内に示されている⁷。

表-2 岡山市における方向別の Cubic Spline モデルの推定結果

	北東		北西		南西		南東	
	1970年 (3 km)	1995年 (6 km)	1970年 (4, 9 km)	1995年 (5, 10km)	1970年 (6.5km)	1995年 (2 km)	1970年 (2, 4 km)	1995年 (1.5, 3 km)
a_1	287.632 (10.93)	119.146 (9.01)	257.356 (9.14)	97.9796 (5.47)	430.227 (19.57)	138.359 (4.84)	206.358 (4.55)	79.0394 (2.43)
b_1	-178.684 (-5.18)	-13.0242 (-1.19)	3.8512 (0.11)	61.7501 (3.24)	-211.874 (-9.99)	66.9602 (1.26)	245.903 (2.63)	205.308 (2.34)
c_1	49.8795 (3.80)	-1.4081 (-0.55)	-25.8510 (-2.18)	-26.8286 (-4.73)	35.3018 (6.42)	-61.0406 (-2.08)	-258.240 (-4.50)	-211.018 (-2.96)
d_1	-5.2635 (-3.44)	0.1776 (1.04)	3.1725 (2.70)	2.3527 (4.93)	-1.9201 (-4.79)	11.2835 (2.23)	55.0133 (5.14)	55.2267 (3.14)
d_2	-0.0879 (-1.98)	-0.0880 (-2.07)	-0.8905 (-3.53)	-0.6668 (-3.80)	0.1922 (0.45)	-0.3535 (-2.99)	-12.3144 (-8.01)	-8.4941 (-3.77)
d_3			0.0623 (0.61)	0.0996 (1.09)			0.0688 (1.67)	0.0273 (1.22)
R^2	0.6005	0.5668	0.6863	0.6077	0.7434	0.5422	0.5975	0.4285

注：北東、北西、南西、南東方面のサンプル数はそれぞれ133、185、155、193個で、原点が繰り返して数えられている。括弧内はt値である。

解釈の一例として、表-2によって示された1970年の北東方向における人口密度関数の推定結果を式で表示すると、

$$D(x) = 287.632 - 178.684(x - x_0) + 49.8795(x - x_0)^2 - 5.2635(x - x_0)^3 + 5.1756(x - x_1)^3 U_1^*$$

となる。0 km から 3 km の間に、 $U_1^* = 0$ であり、第一区間における密度関数が

$$D(x) = 287.632 - 178.684x + 49.8795x^2 - 5.2635x^3$$

となる。

3 km 以上の第2区間における密度関数が、

$$D(x) = 58.3797 - 21.5223(x - 3) + 2.5078(x - 3)^2 - 0.0879(x - 3)^3$$

となる。同様、他の方向における Cubic Spline モデルも、それぞれ各区間の三次関数と表すことができる。

⁷ 都心に最も遠いサンプルのところにも、節点を入れているが、提示することを省略する。

表－2のいずれの方向においても、1970年に比べて1995年のモデルの決定係数が大きく低下している。その理由は、近年になるにつれ、常住人口密度分布がより複雑な形になっていることであると思われる。

表－3 異なる区間操作による Cubic Spline モデルの AIC

		北東		北西		南西		南東	
		1970年	1995年	1970年	1995年	1970年	1995年	1970年	1995年
不均等		707.71	652.38	1009.16	969.37	847.74	811.65	1076.94	990.60
均	2	709.97	652.81	1012.23	980.03	847.78	814.27	1092.95	995.16
	3	709.63	653.22	1012.64	975.46	848.89	813.95	1091.83	996.25
等	4	710.10	654.26	1011.30	971.11	849.58	814.19	1091.39	997.02

表－4 異なる区間操作による Cubic Spline モデルの SBIC

		北東		北西		南西		南東	
		1970年	1995年	1970年	1995年	1970年	1995年	1970年	1995年
不均等		714.93	659.61	1018.76	979.03	855.31	819.26	1086.72	1000.39
均	2	717.20	660.03	1020.23	988.08	855.35	821.88	1101.11	1003.31
	3	718.31	661.90	1022.23	985.12	857.98	823.08	1101.62	1006.04
等	4	720.22	664.37	1022.49	982.38	860.18	824.84	1102.81	1008.44

表－3と表－4は、それぞれ距離を不均等に分けるモデルと均等に分けるモデルの AIC と SBIC を示している。距離を均等に分ける際に、節点はそれぞれ2つから4つまで入れて AIC と SBIC を計算している。その結果によると、2つの基準とも、距離を不均等に分けるモデルが最も低い値を示しているため、このモデルの採用が適当になると思われる。

図－3(a～d)は方向別に推定された常住人口密度分布をグラフ化したものである。

図－3(a)は1970年、1995年の北東方向における常住人口密度分布を示している。天満屋 BC からおよそ2 km 以内の範囲では、1970年と比べて1995年の常住人口密度が大きく減っている。2 km 以上の範囲では1970年と比べて1995年の常住人口密度が増えている。

図－3(b)は1970年、1995年の北西方向における常住人口密度分布を示している。天満屋 BC から4 km 以内の範囲では、1970年と比べて1995年の常住人口密度が大きく減っている。一方、4 km から7 km あたりでは、1970年と比べて1995年の常住人口密度がすこし増えている。7 km 以上の範囲では常住人口密度の変化はあまりない。

図－3(c)は1970年、1995年の南西方向における常住人口密度分布を示している。天満屋 BC からおよそ2 km 以内の範囲では、1970年と比べて1995年の常住人口密度が大きく減っている。2 km 以上の範囲では、1970年と比べて1995年の常住人口密度が増えている。

図－3(d)は1970年、1995年の南東方向における常住人口密度分布を示している。天満屋 BC から

図-3(a) 推定された人口密度分布 (北東)

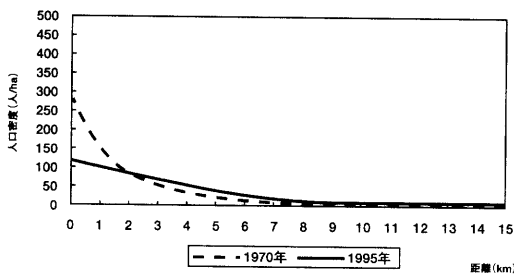


図-3(b) 推定された人口密度分布 (北西)

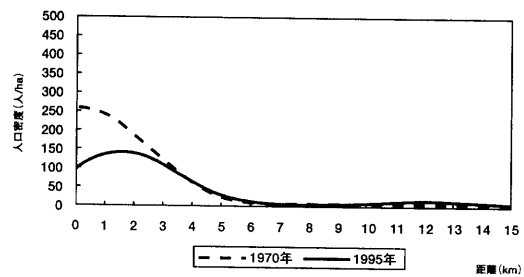


図-3(c) 推定された人口密度分布 (南西)

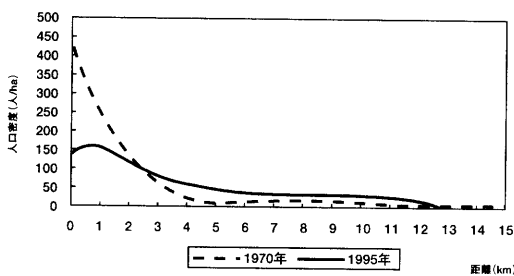
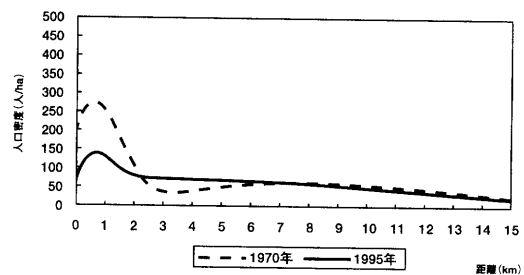


図-3(d) 推定された人口密度分布 (南東)



2 km 以内の範囲では、1970年と比べて1995年の常住人口密度が大きく減っている。一方、2 km から7 km あたりでは、1970年と比べて1995年の常住人口密度が増えている。7 km 以上の範囲では1970年と比べて1995年の常住人口密度が減少している。

4つの図を見ると、方向別によって常住人口密度分布が大きく異なっていることがわかる。都心部に着目すると、1970年において南東方向を除く常住人口密度は距離に関して遞減している。南東方向では、常住人口密度は距離に関して、まず増加し、それから減少している。1995年においては空洞化現象が著しく、北東方向を除く常住人口密度は天満屋BCから1～2 km あたりでピークが生じる。これらの地点より都心に近いところでは、距離の増加と共に常住人口密度は増加する人口分布のドーナツ化現象が確認できる。

いずれの方向においても、都心部の居住密度が低下するといった空洞化現象が鮮明に描かれている。25年の間に都心部における常住人口密度が大きく低下している。また、都心から遠く離れている遠隔地域による都市近郊への一層の人口集中も見られるが、方向別によって異なっている。25年の間に、北西方面を除いて、天満屋BCから約2 km 以内の範囲で常住人口が流出している。北西方面においては、天満屋BCから4 km 以内の範囲で、常住人口が減少している。これは天満屋BCの北西方面に位置する岡山駅による影響と考えられる。南西方向では、2 km から13 km にわたって常住人口密度が増加している。4つの方向の中で、南西方向の都市近郊における常住人口密度の増加が一番大きい。それは天満屋BCの南西方向に位置する妹尾・藤田地域の宅地開発による郊外化と思われる。南東方向においては、7 km 以上の範囲での常住人口密度が減少している。4つの方向の中で、南東方向の都心から遠く離れている遠隔地域による常住人口密度の減少が一番大

い。それは天満屋 BC の南東方向に位置する西大寺の沈滞によるものと考えられる。

4.3 Cubic Spline による人口密度の距離に対する変化率

人口密度の距離に対する変化率は、(6)式の $\frac{dD(x)/dx}{D(x)}$ によって算出できる。各方向別の推定された Cubic Spline モデルを距離で微分し、 $D(x)$ で割った値を 0.5km ずつに計算した結果は表 5 にまとめられている。

表 5 方向別における Cubic Spline モデルによる人口密度の距離に対する変化率

距離	北東		北西		南西		南東	
	1970年	1995年	1970年	1995年	1970年	1995年	1970年	1995年
0.0	-0.6212	-0.1093	0.0150	0.6302	-0.5289	0.4840	1.1916	2.5975
0.5	-0.6318	-0.1273	-0.0775	0.2996	-0.5663	0.0910	0.1065	0.2629
1.0	-0.6167	-0.1459	-0.1607	0.1119	-0.6056	-0.1368	-0.4238	-0.3970
1.5	-0.5657	-0.1652	-0.2425	-0.0208	-0.6449	-0.2868	-0.8758	-0.5572
2.0	-0.4820	-0.1856	-0.3289	-0.1306	-0.6807	-0.3535	-1.2057	-0.3001
2.5	-0.3959	-0.2071	-0.4257	-0.2334	-0.7080	-0.3572	-1.1031	-0.0749
3.0	-0.3662	-0.2300	-0.5389	-0.3401	-0.7225	-0.3562	-0.5311	0.0031
3.5	-0.3955	-0.2542	-0.6727	-0.4606	-0.7296	-0.3480	0.1577	-0.0068
4.0	-0.4269	-0.2795	-0.8187	-0.6065	-0.7667	-0.3302	0.3154	-0.0160
4.5	-0.4642	-0.3052	-0.9835	-0.7915	-0.8352	-0.3010	0.2314	-0.0247
5.0	-0.5093	-0.3298	-1.2663	-1.0192	-0.8800	-0.2597	0.1723	-0.0332
5.5	-0.5650	-0.3501	-1.8803	-1.2953	-0.8130	-0.2080	0.1275	-0.0414
6.0	-0.6359	-0.3602	-4.8372	-1.9462	-0.5000	-0.1505	0.0917	-0.0494
6.5	-0.7295	-0.3797	3.0555	-5.3098	0.0292	-0.0939	0.0622	-0.0573
7.0	-0.8597	-0.3783	0.3555	2.6813	0.4320	-0.0451	0.0369	-0.0651
7.5	-1.0555	-0.3669	-0.5785	0.1297	0.5582	-0.0095	0.0146	-0.0729
8.0	-1.3904	-0.3416	-2.2020	-1.2170	0.5260	0.0101	-0.0056	-0.0808
8.5	-2.1335	-0.2995	11.0449	-14.7184	0.4392	0.0131	-0.0242	-0.0887
9.0	-6.2222	-0.2396	1.5743	2.4459	0.3391	-0.0003	-0.0418	-0.0967
9.5	1.7630	-0.1657	0.7203	1.0789	0.2361	-0.0302	-0.0587	-0.1047
10.0	-2.7857	-0.0860	0.3976	0.5757	0.1281	-0.0786	-0.0752	-0.1129
10.5	4.7421	-0.0116	0.2224	0.3134	0.0056	-0.1515	-0.0917	-0.1212
11.0	1.7436	0.0483	0.1059	0.1590	-0.1513	-0.2630	-0.1084	-0.1296
11.5	1.0692	0.0891	0.0169	0.0499	-0.3911	-0.4500	-0.1256	-0.1380
12.0	0.7458	0.1104	-0.0590	-0.0381	-0.8761	-0.8298	-0.1434	-0.1463
12.5	0.5456	0.1148	-0.1306	-0.1176	-2.7569	-2.0617	-0.1621	-0.1545
13.0	0.4019	0.1054	-0.2046	-0.1969	6.0381	15.9500	-0.182	-0.1623
13.5	0.2867	0.0850	-0.2883	-0.2840	1.7536	1.9870	-0.2034	-0.1695
14.0	0.1846	0.0552	-0.3928	-0.3896	1.1051	1.1446	-0.2266	-0.1756
14.5	0.0842	0.0159	-0.5389	-0.5328	0.8359	0.8361	-0.2518	-0.1801
15.0	-0.0264	-0.0342	-0.7774	-0.7578	0.6854	0.6736	-0.2792	-0.1823

人口密度の変化率のパラメータは都市化の程度を説明する指標であると考えられている。(1)式の $D(x) = D_0 \exp[-\gamma x]$ のような負の指数モデルの場合は、人口密度の変化率のパラメータ $\gamma > 0$ と要

求されるため、より小さい γ が人口密度の減少がより緩やかであることを示している。これは、都市の郊外化が進んでいることを意味している。これに対して、Cubic Spline 関数による人口密度の距離に対する変化率のパラメータは符号も大きさも距離によって変化し、負の指数関数より人口密度の変化率の一般化を図っている。それによって、都市の空間構造を詳しく見ることができる。

複雑な変化をしている1995年の南東方向を例として見る。0.5kmあたりまでは距離の増加に伴って常住人口密度の変化率のパラメータはプラスであるが、減少する傾向にある。人口密度が増加しながら、その増加する程度が小さくなることを示している。それから、1.5kmあたりまでは距離の増加に伴って変化率のパラメータはマイナスで、その絶対値は増加している。2.5kmあたりまでは変化率のパラメータはまたマイナスであるが、その絶対値が減少している。これは人口密度が減少傾向に転じ、1.5kmあたりまでは減少する程度が段々大きくなるが、それを過ぎてから減少する程度が小さくなることを示している。3kmあたりまでは変化率のパラメータは一時的にプラスに転じるが、3kmを過ぎてから変化率のパラメータはマイナスに転じ、その絶対値は緩やかに増加する傾向にある。

南東方向において、常住人口密度の変化率のパラメータがプラスになっているところが2か所確認できる。都心あたりと都心から離れて3kmあたりである。それぞれ常住人口密度分布の第一と第二のピークである。第一と第二ピークの間には、密度の変化率のパラメータが激しく変化している。3kmあたりの密度の第二ピークを過ぎてから、常住人口密度は都心から離れるにつれ、広範囲にわたって緩やかに減少している。

5. おわりに

本論文は、三次関数を基本とする Cubic Spline 関数を用いて、都市の空間構造を反映できるモデルの定式化を試みた。それによって、最近の都市における人口密度の空間構造を精緻に描くことができた。

Cubic Spline 関数を用いて人口密度分布を推定する際に、節点の位置と区間の数を決めるには一般的な基準がなく、外因的に決められているなどの限界があるため、しばしば望ましい推定結果が得られにくいことがある。本論文では、Cubic Spline 関数の基本形を用いることによって、機械的に節点を追加する問題点を回避しながら、人口密度分布への応用を試みた。距離を等間隔に分けるモデルのデータへの適応性と比較するために、統計学に広く用いられる AIC と SBIC の2つの基準を用いて、客観的な基準に基づいてモデルを選択した。2つの基準とも、距離を不均等に分けるモデルの採用が適当であることを示している。

一方、節点を変数にするアルゴリズムの研究が行われている。最初2つの区間から出発し、順次あてはめの悪い区間に節点を追加していく逐次分割法や、節点の数を固定しておいて、内部の節点

を動かすことによって残差の2乗和を減少させる最小化のアルゴリズムなどがある。これらの手法を Cubic Spline 関数による人口密度分析へ適用することが、今後の研究における一つの方向になると考えられる。アルゴリズムの研究については、市田・吉本（1979）で紹介されている。

本論文は、地方中核都市である岡山市を事例として取り上げ、Cubic Spline 関数を用いる推定によって、岡山市における1970年から1995年までの人口密度分布の変化を明らかにし、都心部の人口空洞化現象並びに郊外化現象を検証した。過去の25年の間に、時間がたつにつれ、いずれの方向においても人口密度が本質的に緩やかになっているが、方向別によって異なるパターンを呈している。また、いずれの方向においても都心部における人口密度の減少が最も激しく、都心から離れるにつれ、人口密度の減少も緩やかになる。郊外においては、人口密度が増加し続けている。都心から遠く離れている遠隔地域では、目立つ変化がないものの、人口密度は減少している。

次の段階では、都市の空間構造における変化の定式化によって観測された変化の原因の究明が必要になると考えられる。ここでは、その原因に関する研究方向とその問題点について述べる。

都市の空間構造における変化の要因分析にあたって、Zheng(1991)は距離を等間隔に分ける Cubic Spline 関数を用いて東京大都市圏における人口密度関数を推定した後、推定で得られた空間構造における変化の凹凸要因を特定するために、VCM (Varying Coefficient Model) を用いて分析している。VCM とは、Johnson and Kau (1980) が、都市空間構造を分析するために開発した手法である。それは、人口密度が(1)式の $D(x) = D_0 \exp[-\gamma x]$ のように、距離変数のみに依存するモデルではなく、各係数に社会経済特性を取り入れたモデルである。

そこで、まず次の(9)式のような人口密度に関する2時点間の変化率を説明するモデルを仮定する。この式は、2時点における人口密度の変化率が都心からの距離によって異なるということを意味している。

$$\frac{\Delta D(x)}{D(x)} = \alpha + \beta \ln x \quad (10)$$

次に、(10)式のパラメータである α と β に関して、一人当たり所得と自動車登録税といった郊外化現象の要因と思われる社会経済変数を取り入れ、都市の空間構造における変化要因を特定化している。

$$\alpha = a_1 + b_1 \frac{\Delta z_1}{z_1} + c_1 \frac{\Delta z_1}{z_1} \quad (11)$$

$$\beta = a_2 + b_2 \frac{\Delta z_1}{z_1} + c_2 \frac{\Delta z_2}{z_{21}} \quad (12)$$

ここで z_1 , z_2 はそれぞれ、一人当たり所得と自動車登録税である。(11)式と(12)式を(10)式に代入して推定した結果、所得の上昇率と通勤コストの減少率が大きくなると都心部の人口密度が減少する一方、郊外における人口密度が大きくなる結論が得られ、初めて Cubic Spline モデルによって人口

密度の空間構造を推定した分析結果に対する実証的裏付けを示した結果となっている。

しかし、2時点における人口密度の変化率が都心部ではマイナスで、郊外ではプラスになるため、(10)式において $\alpha < 0$ 、 $\beta > 0$ が要求される。次の図-4 が示すように、(10)式によって仮定される2時点における人口密度の変化率が距離 x の増加に従って、増加し続けることになる (t_1 ①)^{*}。このような仮定は明らかに現実とかけ離れている。このことについて、新たに $\beta_1 x$ を導入することによって修正できる。それは次のような式によって示される。

$$\frac{\Delta D(x)}{D(x)} = \alpha + \beta \ln x + \beta_1 x \quad (13)$$

距離 x の増加によって、 $\beta_1 x$ の比重が大きくなり、 $\beta_1 < 0$ のとき、 $\beta \ln x$ による $\frac{\Delta D(x)}{D(x)}$ の増加を低下させる機能がある (t_1 ②)。(10)式の仮定に比べて、現実に近いと考えられる。

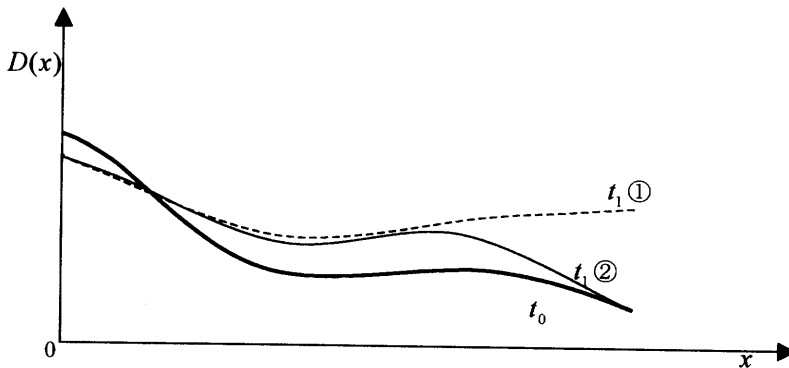


図-4

しかし、修正したにもかかわらず、実証による結果を見ると、推定された係数が有意であるものの、モデルの決定係数が非常に低い。都市の空間構造における変化には多くの要素が複雑に絡んでいるため、簡単な距離モデルを設定して、VCMに拡張することが、人口密度の変化を説明するには不十分であると考えられる。これからは、より完全に人口密度の変化を定式化できる動学モデルの開発が必要とされよう。

密度分布における不連続な変化を含む動学モデルについては、Brueckner (1981), Yacovissi and Kern (1995) などの研究が参考になる。それらの研究は従来のモデルに含まれない都市開発に関する変数を取り入れ、密度分布における不連続な変化を説明している。また、説明変数の定式化に対して基準がなく、恣意的に社会経済変数を選択し導入している傾向が見受けられる。これに対して

^{*} t_0 を最近の都市地域における人口密度の一般的な分布形態と仮定する。

Anderson (1985) は、人口密度を定義に基づき、人口、全面積、住宅地面積、床延べ面積の四つの要素に細分化して人口密度分布の要因を検討する枠組を提案している。このように土地利用を取り入れた人口密度関数について、中村・李 (1999) では、土地利用変数を導入することによって人口密度を再定義し、地方中核都市である岡山市を例として取り上げ、推定を試みた。

参考文献

- Alperovich, G (1995) The Effectiveness of Spline Urban Density Functions : An Empirical Investigation, *Urban Studies*, 32, 1537-1548
- Anderson, J (1982) Cubic Spline Urban Density Functions, *Journal of Urban Economics*, 12, 155-167
- Anderson, J (1985) The Changing Structure of a City : Temporal Changes in Cubic Spline Urban Density Patterns, *Journal of Regional Science*, 25, 413-425
- Brueckner, J (1981) Testing a Vintage Model of Urban Growth, *Journal of Regional Science*, 21, 23-36
- Clark, C (1951) Urban Population Densities, *Journal of Royal Statistics Society*, 114, 490-494
- Johnson, S and Kau, J (1980) Urban Spatial Structure : An Analysis with a Varying Coefficient Model, *Journal of Urban Economics*, 7, 141-154
- Kau, J and Lee, C (1976) The Functional Form in Estimating the Density Gradient : An Empirical Investigation, *Journal of American Statistical Association*, 71, 326-327
- Lahiri, K and Numrich, R (1983) An Econometric Study on the Dynamics of Urban Spatial Structure, *Journal of Urban Economics*, 14, 55-79
- Newling, B (1969) The Spatial Variation of Urban Population Density, *Geographical Review*, 59, 242-252
- Suits, D, Mason, A and Chan, L (1978) Spline Functions Fitted by Standard Regression Methods, *Review of Economics and Statistics*, 60, 132-139
- Yacovissi, W and Kern, C (1995) Location and History as Determinants of Urban Residential Density, *Journal of Urban Economics*, 38, 207-220
- Zheng, X (1991) Metropolitan Spatial Structure and Its Determinants : A Case-Study of Tokyo, *Urban Studies*, 28, 87-104
- 中村良平・李 健 (1999) 都市空間における土地利用変数を用いた人口密度関数の推定—岡山市の例—, 岡山大学大学院文化科学研究科紀要, 8, 311-320
- 中村良平・李 健 (2001) 都市空間における人口密度分布の実証研究：展望, 岡山大学経済学会雑誌, 33 (1), 15-34
- 市田浩三・吉本富士市 (1979) 『シリーズ 新しい応用の数学20 スプライン関数とその応用』, 教育出版